

# 立体四目並べの特徴

宮城県仙台第三高等学校

立体四目並べとは、16本の棒がついた盤面と白32個、黒32個の合計64の玉が使われるゲームである。ルールは、二人のプレイヤーが白と黒の玉を任意の棒にそれぞれ順に置いていき、縦、横、斜めのいずれか一列を先に自分の色でプレイヤーが勝ち、という単純なゲームである。しかし、ゲームの進行パターンは16の64乗通りという豊富な場合を持っており、とても奥が深い。また、このゲームに関する研究は少なく、数学的な特徴はよくわかっていない部分が多い。



## 1 背景

私たちはこのゲームについて研究するにあたって、二人零和有限確定完全情報ゲームという数学的なゲームの分類について知った。二人零和有限確定完全情報ゲームというのは、二人のプレイヤーで、両者の利害が完全に反対し、必ず有限の手順で終了し、サイコロのような運の要素がなく、すべての情報が両方のプレイヤーに公開されている、というゲームである。数学者のエルンスト・ツェルメロ(Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo)によるツェルメロの定理は、このようなゲームに関する特徴

を証明した定理であり、双方のプレイヤーが最善手を尽くした場合、ゲームの結果は先手の勝ち、後手の勝ち、引き分けのうちどれか一つしか有り得なくなる、というものである。立体四目ならば二人零和有限確定完全情報ゲームであり、同じように先手必勝、後手必勝、引き分け、のいずれかになる法則が存在する。しかし、コンピュータプログラミングを使っても、全パターンの探索による勝敗の決定には非現実的な時間がかかり、このゲームの勝敗を調べるにはアルゴリズムを工夫する必要がある。

## 2 先行研究と用語解説

この研究は、八戸工業大学の「立体四目並べの数理」という論文を参考にしており、用語やルール、基本知識は基本的にこの論文から引用している。

[用語1]

角、辺 : 通常の立方体における角、辺を盤面の角、辺という。

[用語2]

面: 縦、横、斜めの同一平面上にある16個の点の集合を面という。

[用語3]

ライン: 一直線に並んだ4つの点をラインという。

[用語4]

決勝点: そこに着手するとラインが完成する点を決勝点という。

[用語5]

n段目決勝点: 決勝点が、したから数えて何段目に存在するかをnとした決勝点をn段目決勝点という。

[用語6]

空中、地上: すぐおける場所を地上の点、下が埋まっていなくてすぐには置けない点を空中の点という。

[用語7]

詰み盤面: 最善手を打った場合、将来的に二つの地上の決勝点が同時に発生する、または2段上下に連続した決勝点が発生して、勝敗が決まるような盤面を詰み盤面という。二つの地上の決勝点が同時に発生した場合、どちらか片方しか防ぐことができない。2段上下に連続した決

勝点は、下の決勝点を防ぐと自動的に上の決勝点に置かれてしまい、防ぐことができない。

[先行研究より]

- ・公平ではなく、先手が有利である。
- ・途中で勝敗が決することはなく、最終局面に到達する。(詰み盤面は発生しない)
- ・最終局面では、様々な条件から勝敗が決定し、それに直接的に関与しているのが3段目決勝点で、基本的に3段目決勝点を多く作った方が勝ちとなる。
- ・様々な条件から手の価値を比較することができる。

## 3 結果と考察

我々は、このゲームの勝敗がどうなるのかをコンピュータプログラムによって解析しようとしたこの研究を進めていったが、それにつれてこのゲームを解析するのがいかに不可能に近いことであるかを知ると同時に、任意の盤面位置いて最善の手を決めるには様々な条件があることがわかった。

[最善手を決める条件]

- 1、列を完成させる
- 2、相手のリーチを防ぐ
- 3、相手の決勝点の下に置かない
- 4、詰み盤面を作る
- 5、詰み盤面を作られる場所を防ぐ
- 6、詰み盤面を作られる場所の下に置かない
- 7、有効な手を考慮しておく

[条件1]列を完成させる

[証明]列を完成させられる場合、そこに置けば勝利となるから。

[条件2]相手のリーチを防ぐ

[証明]相手のリーチがあったら常に防げるわけではないが、自分が防げる状況にある場合は相手も置ける状態にあるので、防がなければならない。

[条件3]相手の決勝点の下に置かない

[証明]次の相手の手番で相手が決勝点に置くことができってしまうから。

[条件4]詰み盤面を作る

[証明]詰み盤面が作れば、二つの地上の決勝点が同時に発生するか、2段上下に連続した決勝点が発生し、勝利することができるから。

[条件5]詰み盤面を作られる場所を防ぐ

[証明]詰み盤面を作られれば負けるので、次の一手で相手の詰み盤面が完成する場合、それを防ぐ必要がある。

[条件6]詰み盤面を作られる場所の下に置かない

[証明]決勝点の下同様、上に置かれた時相手の詰み盤面が完成すれば負けてしまうから。

[条件7]有効な手を考慮しておく

有効な手には、様々な考慮する要素がある。

有効な手の考え方

- 1、場所による絶対的な価値は存在しない
- 2、3段目決勝点にどれだけ関わっているか
- 3、上下関係
- 4、相手の置き方の制限

[要素1]場所による絶対的な価値は存在しない盤面において、角や、中央の8つの点は、そのほかの点が4つのラインに含まれているのに対し、7つのラインに含まれている。このことから、角や中央の点は他の点より高い価値を持ち

そうであるが、ある点の価値を判断するには、その点が含まれる全てのラインについて調べる必要がある。その一つ一つのラインについて、相手の可能性を潰し、自分の可能性をどれだけ広げられるかの合計が価値となる。

[要素2]3段目決勝点にどれだけ関わっているか  
先行研究より、勝利にするためには空中の3段目決勝点を作ることが重要であることがわかっているが、3段目決勝点を作れるラインは限られていて、例えば1番下の横のラインで3段目決勝点を作ることはいできない。また、縦のラインも3段目を決勝点にするには4段目におく必要があり、これは不可能である。このように限られた3段目決勝点を作れるラインに含まれ、かつ決勝点により近づくことが価値となる。

[要素3]上下関係

このゲームには重力があるため、下から順に置いていかなければならない。従って、1番上の点を除いて、ある手を打つと、その次の手ではその上だけが新たに置けるようになる点となる、という特性がある。上の点の価値が高い場合、その下に置く、という手の価値は低くなり、さらに2個上の価値が高ければ、1個上の価値は下がる、という上下関係の価値が発生する。

[要素4]相手の置き方の制限

このゲームは、条件1~7のように、置かなければならない、または置いては行けない、という状況が存在する。そのような状況を相手に作らせることによって、自分がおきたいところに置けるようにする、という置き方も価値になる。

[解析の難しさ]

我々は最初、最善手を高確率で含むような有効な手の条件を発見できれば、その有効な手だけ

を抜き出した探索をコンピュータプログラミングによって行うことで、このゲームの勝敗に近づくことができるのではないか、と考えていた。しかし、上の条件4~6の詰み盤面の考え方は、必ず先読みが必要であり、任意の盤面が詰み盤面であるかどうかを判断するのは非常に困難である。また、有効な置き方についても、様々な条件が複雑すぎる上、それらに人為的に点数をつけて価値を比較する、という作業が必要になってしまうため、有効な手を抜き出すこと自体とても困難である。3段目決勝点に関しても、3段目決勝点を作れる時は必然で作った方が良く、というわけではない。数手の先読みではそうなるかもしれないが、最終局面まで先読みをすると結果が変わってしまうことも想定できる。このように、手を決めるために必ず先読みが必要になってしまい、それには莫大な時間を要してしまうため、この方法で解析することはほとんど不可能であると考えられる。

#### 参考文献

八戸工業大学 苦米地宣裕

「立体四目並べの数理」

苦米地宣裕・小野寺優

「立体四目ならべプレイ知能ロボットシステムの構築法」