

# 2つのバネの共振による力学的エネルギーの関係について

宮城県仙台第三高等学校

共振とは、振動体に固有振動数と等しい振動が外部から加わると、振動の幅が大きくなる現象である。これを共鳴ともいう(1)。私たちは1940年にアメリカのタコマナローズ橋で起こった事件を通して、共振による2つの物体間での力学的エネルギーの推移の様子に興味を持った。そして、スタンドに固定したアクリル棒にバネ2つをおもりをつけて吊るし、片方を振動させてもう一方を共振させたときの様子を定量的に観察することで、力学的エネルギーの総量の移り変わりの様子を分析した。そしてそれらの値をグラフ化して様々な条件のもと比較して考察した結果、バネ同士の間隔がと力学的エネルギーの移り変わりに、ある傾向があることが判明した。

## 1 背景

私たちは共振について調べていく中で、1940年のアメリカで起こったタコマナローズ橋の崩落事件を知る機会があった(3)。図1は橋の崩壊時を撮影した写真である。この事件では崩落の原因として風が原因で起こった共振による影響が考えられていたが、のちにロバート・H・スカンランやP・ジョセフ・マッケナ、アラン・C・ラザーによって否定されている(2)。しかし、この事件で共振による仮説が立てられていたことから、共振は橋を崩壊させるほどの影響力を持っているのではないかと思い、共振という現象に興味を持った。

そこで、2つの物体間での力学的エネルギーの傾向について詳しく調べることにした。



出典:タコマナローズ橋 - Wikipedia  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/46/Tacoma\\_Narrows\\_Bridge\\_Falling.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/46/Tacoma_Narrows_Bridge_Falling.png)

## 2 材料と方法

以下の図2のように、スタンドにアクリル棒を固定し、バネを2つ吊るしておもりを1つずつ付けた。そしてバネ1のおもりを下に5cm下に引き、手を離して共振の様子を観察した。アクリル棒には5cmごとに溝を刻み、バネが外れないようにした。

説明する上で、スタンドからバネ1までの距離、バネ1からバネ2までの距離をそれぞれD1, D2とする。

実験は(D1, D2)で表すと、(5, 5)、(5, 10)、(5, 15)、(10, 5)、(10, 10)、(15, 5)の6種類をそれぞれ5回ずつおこなった。

以上の実験の様子を5分間にわたってビデオで撮影し、5秒ごとの振幅を計測した。また、その数値を下の式に代入して力学的エネルギーの大きさを求めた。

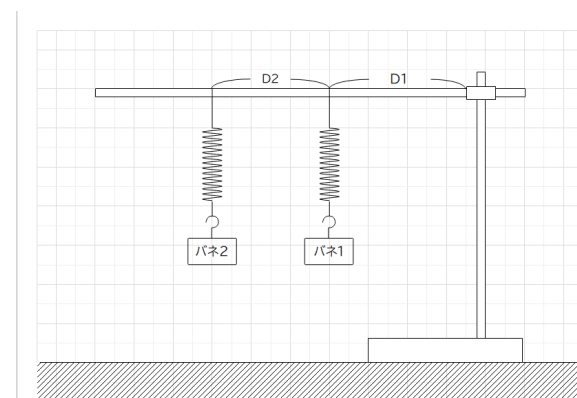
$$E=2*\pi^2*m*f^2*A^2 \quad (4)$$

(E:力学的エネルギー[mJ]、m:おもりの質量[kg] f:振動数[Hz] A:振幅[mm])

実験では、おもりの質量を1個50gに統一している。そのため、mの数値は0.05とする。また、この場合の振幅fはストップウォッチでバネ1が20回振動する時間を計測し、それを3回繰り返して3つの数値の平均をとった値とする。

アクリル棒を実験の材料に選んだ理由は、適度にしなりがあり入手がしやすく、加工もしやすいためである。

図2



## 3 結果

以下が実験結果のグラフである。カッコの中身は図2で説明した(D1, D2)の数値が記載されてい

る。

横軸は時間で単位は秒、縦軸は力学的エネルギーの総量で単位はmJで示す。

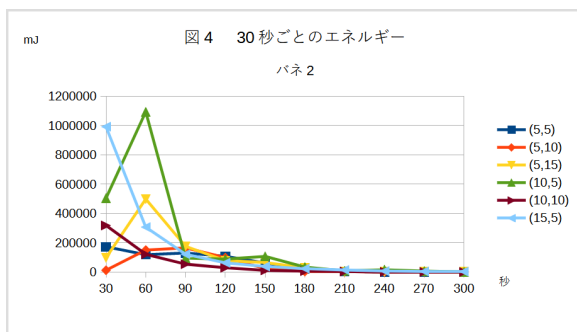
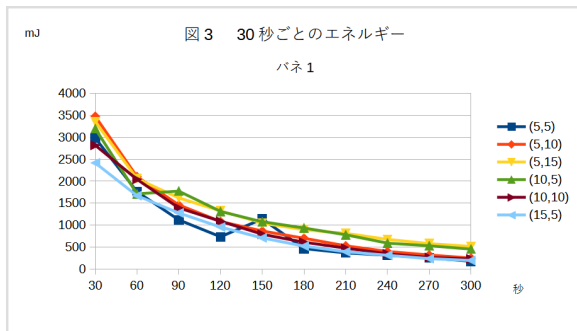


図3、図4のグラフでは、5秒ごとに計測したデータを更に30秒ごとに平均してグラフ化したものである。

上のグラフから、バネ1での力学的エネルギーの総量のグラフは、ほぼ同じ軌跡を描いている。このことから、バネ1からバネ2に伝わるエネルギーはほぼ同じ割合になっている。

また、バネ2のエネルギー総量の傾向はほぼ同じ傾向にあまりないことがわかった。

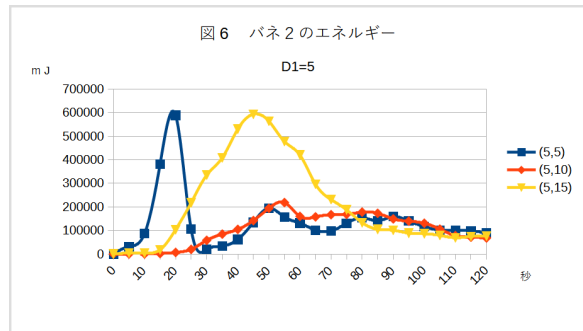
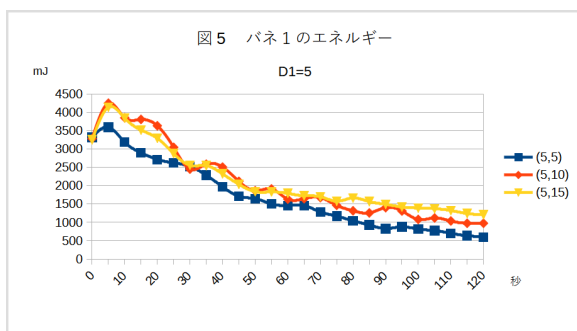


図5、図6のグラフでは、D1の距離が5 cmの場合のグラフを抜き出してまとめたものである。

バネ1のグラフではほとんど同じ傾向がみられるのに対し、バネ2のグラフでは(5,5)のグラフの最大値と(5,15)のグラフの最大値がほぼ同じであることや、(5,5)のグラフの2つ目の増加時の値と(5,10)の最大値が近似値をとっていることがわかる。

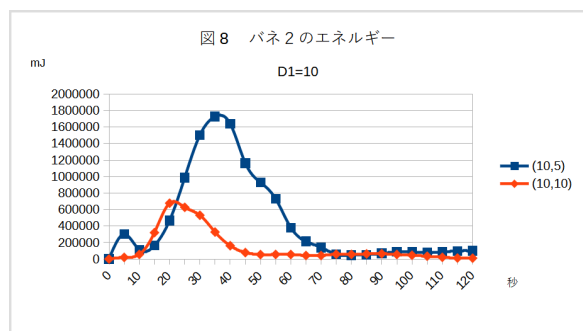
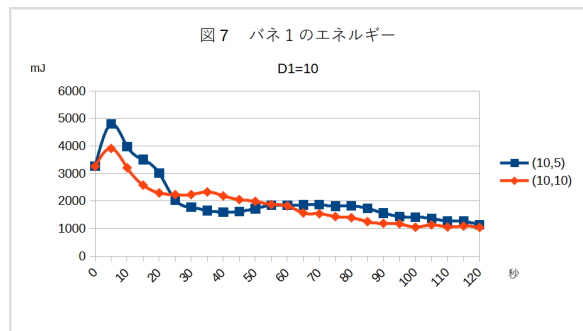


図7、図8のグラフはD1の数値が10 cmの場合のグラフをまとめたものである。

バネ1のグラフでは、2つのグラフの傾向が似ていることがわかる。バネ2のグラフでは、10秒から80秒にかけて(10,10)のグラフに大きな増減がみられる時間は(10,5)のグラフの約半分になっていることが分かった。

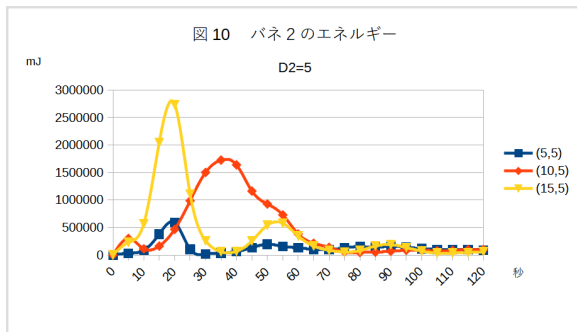
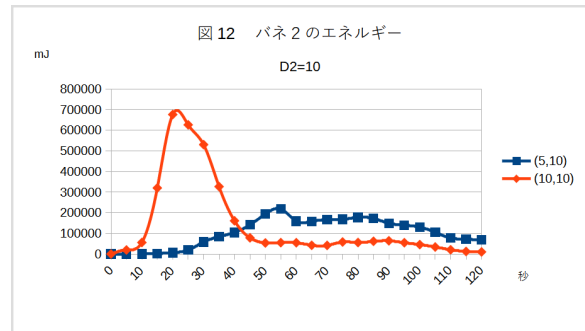
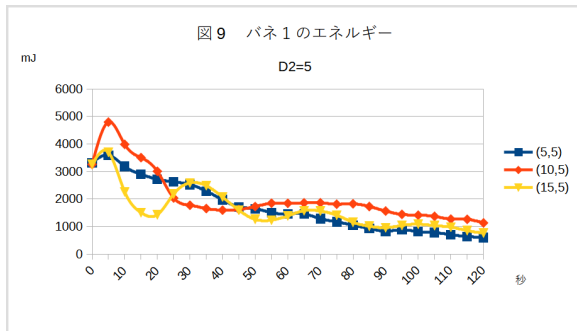


図9、図10のグラフは、D2の距離が5cmの場合のグラフを重ねたものである。

バネ1のグラフでは、多少の上下はあるものの3つのグラフのほとんどの部分が重複していることがわかる。

一方でバネ2のグラフでは、(5,5)のグラフと(15,5)のグラフの最大値をとる時間が2つとも20秒に重なっていることや、曲線のいくつかの部分に重複がみられることもわかる。

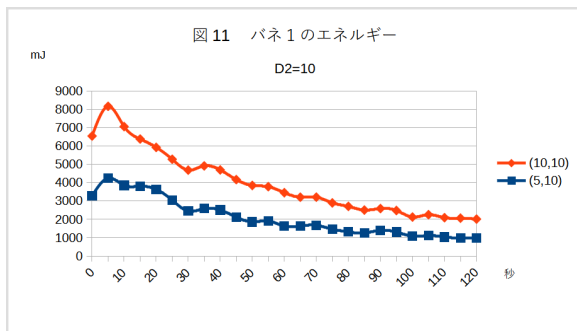


図11、図12のグラフは、D2の距離が10cmであるグラフを抜き出したものである。

バネ1では5秒や35秒の時のグラフの上下のタイミングが同じであり、傾きの大きさもおよそ同じ傾向であるとわかる。

バネ2では2つのグラフに類似点があり見られなかった。

#### 4 考察

ほとんどの場合、D1またはD2の数値が同じバネ1のグラフは大部分が重複していることや、似たような規則性を見出すことができる点から、バネ1の力学的エネルギーの総量の変化の値には強い関係性があるのではないかと考えられる。

次にバネ2の力学的エネルギーの総量のグラフでは、上昇と下降にかかる時間が同じであるグラフまたは半分や2倍になっている部分、そしてエネルギーの総量の値が同じであるぐらふもみられた。そのため、曲線上の最大値や最小値が存在する時点に関係性がみられることが分かった。

また、力学的エネルギーの一部は空気抵抗によって空中に発散したり、アクリル棒を伝ってスタンドに吸収されていったのではないかと考えられる。

#### 5 展望

これらのグラフを通して得られるデータを細かく分析していき、増減した数値の重複する条件や、外れ値の原因などを詳しく調べていきたい。

## 6 参考文献

(1)

共振とは何？, Webllio辞書, Google LLC, 2021年  
5月31日

<https://www.google.co.jp/amp/s/www.webllio.jp/content/amp/%25E5%2585%25B1%25E6%258C%25AF>

(2)

パリティ編集委員会, パリティ, 丸善/東京,  
2016-11, 40-42, クローズアップ：タコマ橋の  
崩落：共振現象の謎

(3)

タコマナローズ橋,

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%BF%E3%82%B3%E3%83%9E%E3%83%8A%E3%83%AD%E3%83%BC%E3%82%BA%E6%A9%8B>, 2021年6月7日

(4)

國友正和ほか, 改訂版物理, 数研出版株式会社,  
2020-1-31