

データの標準化をもとに、身近な統計について考察する力の育成

- 偏差値は 100 を超えることがあるか? -

キーワード

- 日常的事象の数学化
- 経験則と理論値のギャップ

単元目標

統計の基本的な考え方を理解するとともに、それを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする。

単元計画

- (1) データの整理…………… 4 時間
- (2) データの分析…………… 6 時間 (本時 6 / 8)

本時の学習【漸化式と数学的帰納法】 (50 分)

目 標	データの標準化を理解し、その応用例として「偏差値」について考察する。 【数学的な見方・考え方】	評 価 規 準	【概ね満足できる状況】	【十分満足できる状況】	【より発展させる手だて】
			<ul style="list-style-type: none"> 標準化された値を求め、それをもとに偏差値を正しく求めることができる。 偏差値が 100 を超える場合があることを理解する。 	<ul style="list-style-type: none"> データの標準化の方法とその意味について理解する。 偏差値の求め方を理解し、その意味について考察する。 偏差値が 100 を超える n の値がどの程度の大きさになるか考察する。 	<ul style="list-style-type: none"> n が一般の場合について、偏差値を求める式を考え、それをもとに偏差値が 100 を超える n の値について考察する。 正規分布と標準偏差の関係について考察する。

工夫のポイント

- 偏差値という身近な題材をとりあげ、データの持つ意味を数学的に考察させる。
- 具体的な状況を設定して、経験則と理論のギャップについて考察させる。

学 習 活 動

指 導 上 の 留 意 点

課題 偏差値は 100 を超えることがあるか?

- 課題について意見を交換する。
- データの標準化について学ぶ。
 - 標準化された値を z とすると、 z は $z = (\text{変量} - \text{平均値}) \div \text{標準偏差}$ で与えられる。これにより、 z の平均値は 0、分散と標準偏差は 1 となる。
 - 以下の例 (教科書 (実教出版)) を用いて標準化の意味について考察する。

科目	点数	平均値	偏差	標準偏差
英語	67	53	14	10
数学	64	50	14	5
- z から偏差値を求める方法について学ぶ。
 - 偏差値を SS とすると、 SS は $SS = z \times 10 + 50$ …… ① で与えられる。これにより、 SS の平均値は 50、標準偏差は 10 となる。
- 「 n 人のうち 100 点が 1 人、残りは全て 0 点」の場合、100 点の人は偏差値がいくつになるかについて考察する。
 - $n = 10, 20, 30, \dots$ のように計算しやすい場合について、具体的に偏差値を求めてみる。
 - 偏差値が 100 を超える n の値について考察する。

- 1 について
 - 経験則に基づいた意見交換を促す。
- 2 について
 - 「標準化」は数学 B の内容であるが、ここでは確率変数には触れずに求め方とその意味についてのみ考察する。
 - 評価** 標準化の意味について正しく考察を加えることができるか。
- 3 について
 - なぜこのような変換を行うのかについても考察させてみる。
- 4 について
 - 極端な例を用いて、偏差値が 100 を超える場合について考察する。
 - 計算にあたっては携帯電話、電子辞書等の計算機能の使用も可とする。
 - 偏差値が 100 を超えた場合について「外れ値」という見地から考察する。
 - 時間があれば、偏差値と正規分布との関係について説明を加えても良い。
 - 評価** 標準偏差を計算し、偏差値を正しく求めることができるか。

実践のポイント

データの分析の手法の意味を身近な例から学ぶ

- ①の式で偏差値を定める理由については諸説あるらしいが、偏差値はテストの結果で使われることが多く、テストは 100 点満点であることが多いことが要因として考えられる。
- 経験則から「偏差値は 100 を超えることはない」と思っている人は少なくない。(数学・理科以外の教員にも見受けられる。)しかし、理論上はいくらでも大きい値 (または負の値) をとり得る。
- データが正規分布に従うとすると、偏差値が 100 を超えるのは全データの 0.0003% であり、全データの実に 99.9994% が 0 から 100 の間の値をとる。このことからすると、経験則から「偏差値は 100 を超えることはない」と考えるのも無理はないのかも知れない。
- 日常的な値が 0 から 100 の間に収まる例としては温度のファーレンハイト度 (華氏, °F) がある。ファーレンハイト度はセルシウス度 (摂氏, °C) から以下の式で求めることができ、地球上の居住可能な地域のほとんどは気温が 0~100 °F に収まるとされる。
$$F = \frac{9}{5}C + 32$$
- 模試における合格可能性の判定は、各教科の「偏差値の平均値」によって行われる。しかし、大学における可否の判定は「得点の合計」で行われるのが一般的とされており、教科のバランスが悪いと模試の判定の持つ意味が変わってしまうことにも注意を喚起したい。

※ この指導事例は「みやぎの高校数学」(宮城県高等学校数学教育研究会編)に掲載されたものです。